Pro libovolné číslo a zapisujeme zkráceně součin $a \cdot a$ jako a^2 (čteme „á na druhou“).
Číslo a je **základ mocniny**, číslo 2 se nazývá **mocnitel** nebo **exponent**.

Pro všechna čísla a, b platí $(a \cdot b)^2 = a^2 \cdot b^2$, tedy:

$$70^2 = (7 \cdot 10)^2 = 7^2 \cdot 10^2 = 49 \cdot 100 = 4\,900$$

$$700^2 = (7 \cdot 100)^2 = 7^2 \cdot 100^2 = 49 \cdot 10\,000 = 490\,000$$

$$7\,000^2 = (7 \cdot 1\,000)^2 = 7^2 \cdot 1\,000^2 = 49 \cdot 1\,000\,000 = 49\,000\,000$$

Počet nul (které mají „význam“) se zdvojnásobí.

POZOR! $(a+b)^2 \neq a^2 + b^2$

$0{,}7^2 = (7 \cdot 0{,}1)^2 = 7^2 \cdot 0{,}\underbrace{1}_{\text{1 řád}}{}^2 = 49 \cdot 0{,}01 = 0{,}49$ (2 × 1 řád = 2 řády)

$0{,}07^2 = (7 \cdot 0{,}01)^2 = 7^2 \cdot 0{,}\underbrace{01}_{\text{2 řády}}{}^2 = 49 \cdot 0{,}000\,1 = 0{,}004\,9$ (2 × 2 řády = 4 řády)

$0{,}007^2 = (7 \cdot 0{,}001)^2 = 7^2 \cdot 0{,}\underbrace{001}_{\text{3 řády}}{}^2 = 49 \cdot 0{,}000\,001 = 0{,}000\,049$ (2 × 3 řády = 6 řádů)

Posouvání desetinné čárky

Pro libovolné číslo a zapisujeme součin $a \cdot a \cdot a$ zkráceně jako a^3 (čteme „á na třetí“).
Číslo a je **základ mocniny**, číslo 3 se nazývá **mocnitel** nebo **exponent**.

- Třetí mocnina nezáporného čísla je číslo nezáporné: $7^3 = 7 \cdot 7 \cdot 7 = 343$
- Třetí mocnina záporného čísla je číslo záporné: $(-7)^3 = (-7) \cdot (-7) \cdot (-7) = -343$

$$20^3 = (2 \cdot 10)^3 = 2^3 \cdot 10^3 = 8 \cdot 1\,000 = 8\,000$$

$$200^3 = (2 \cdot 100)^3 = 2^3 \cdot 100^3 = 8 \cdot 1\,000\,000 = 8\,000\,000$$

$$2\,000^3 = (2 \cdot 1\,000)^3 = 2^3 \cdot 1\,000^3 = 8 \cdot 1\,000\,000\,000 = 8\,000\,000\,000$$

Počet nul (které mají „význam“) se ztrojnásobí.

$0{,}2^3 = (2 \cdot 0{,}1)^3 = 2^3 \cdot 0{,}\underbrace{1}_{\text{1 řád}}{}^3 = 8 \cdot 0{,}001 = 0{,}008$ (3 × 1 řád = 3 řády)

$0{,}05^3 = (5 \cdot 0{,}01)^3 = 5^3 \cdot 0{,}\underbrace{01}_{\text{2 řády}}{}^3 = 125 \cdot 0{,}000\,001 = 0{,}000\,125$ (3 × 2 řády = 6 řádů)

$0{,}007^3 = (7 \cdot 0{,}001)^3 = 7^3 \cdot 0{,}\underbrace{001}_{\text{3 řády}}{}^3 = 343 \cdot 0{,}000\,000\,001 = 0{,}000\,000\,343$ (3 × 3 řády = 9 řádů)

Posouvání desetinné čárky

Pro libovolná přirozená čísla n, m a libovolné číslo a zapíšeme součin $\underbrace{a \cdot a \cdot a \ldots \cdot a}_{n\text{-krát}}$ zkráceně jako a^n (čteme „á na entou“).
Číslo a je **základ mocniny**, číslo n se nazývá **exponent**.

- $a^0 = 1$, pro $a \neq 0$
- $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
- $a^n : a^m = a^{n-m}$, pro $a \neq 0$, $n > m$
- $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
- $(a : b)^n = a^n : b^n$, pro $b \neq 0$
- $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

Druhou odmocninu můžeme počítat pouze z **nezáporných čísel**, symbol $\sqrt{a}$ čteme „druhá odmocnina z á“.

$\sqrt{a}$ – symbol $\sqrt{}$ se nazývá **odmocnítko**, a je **odmocněnec** (**základ odmocniny**).

Pro všechna čísla a, b platí $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$, tedy:

$$\sqrt{4900} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{100} = 7 \cdot 10 = 70$$

$$\sqrt{490\,000} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{10\,000} = 7 \cdot 100 = 700$$

$$\sqrt{49\,000\,000} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{1\,000\,000} = 7 \cdot 1000 = 7000$$

Druhá odmocnina má poloviční počet nul než původní mocnina 10.

POZOR!

$$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

$$\sqrt{0{,}49} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{0{,}01} = 7 \cdot 0{,}1 = 0{,}7$$

$$\sqrt{0{,}0049} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{0{,}0001} = 7 \cdot 0{,}01 = 0{,}07$$

$$\sqrt{0{,}000049} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{0{,}000001} = 7 \cdot 0{,}001 = 0{,}007$$

Druhá odmocnina má poloviční počet nul než původní mocnina 10.

Třetí odmocninu lze počítat z libovolného čísla, symbol $\sqrt[3]{a}$ čteme „třetí odmocnina z á“.

Pro všechna čísla a, b platí: $\sqrt[3]{a \cdot b} = \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b}$, tedy

$$\sqrt[3]{8\,000} = \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{1000} = 2 \cdot 10 = 20$$

$$\sqrt[3]{8\,000\,000} = \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{1\,000\,000} = 2 \cdot 100 = 200$$

$$\sqrt[3]{8\,000\,000\,000} = \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{1\,000\,000\,000} = 2 \cdot 1000 = 2\,000$$

Třetí odmocnina má třetinový počet nul než původní mocnina 10.

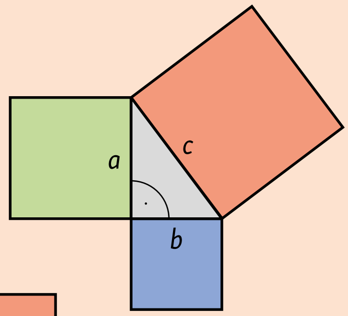
$$\sqrt[3]{0{,}027} = \sqrt[3]{27} \cdot \sqrt[3]{0{,}001} = 3 \cdot 0{,}1 = 0{,}3$$

$$\sqrt[3]{0{,}000\,008} = \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{0{,}000\,001} = 2 \cdot 0{,}01 = 0{,}02$$

$$\sqrt[3]{0{,}000\,000\,064} = \sqrt[3]{64} \cdot \sqrt[3]{0{,}000\,000\,001} = 4 \cdot 0{,}001 = 0{,}004$$

Třetí odmocnina má třetinový počet nul než původní mocnina 10.

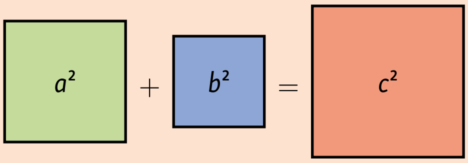
Pythagorova věta je vztah mezi délkami stran pravoúhlého trojúhelníku. Známe-li délky dvou stran v pravoúhlém trojúhelníku, dokážeme s pomocí této věty dopočítat délku strany třetí.



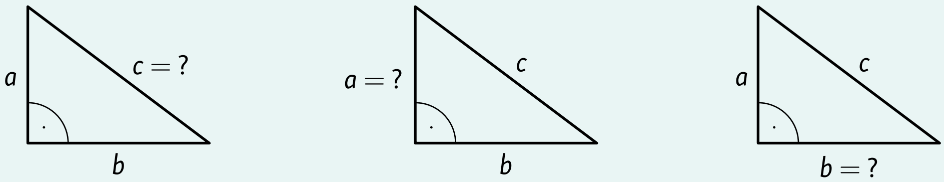
Pythagorova věta

Obsah čtverce sestrojeného nad přeponou pravoúhlého trojúhelníku (c^2) se rovná součtu obsahů čtverců sestrojených nad jeho odvěsnami ($a^2 + b^2$).

$c^2 = a^2 + b^2$



Vyjádření Pythagorovy věty



$c^2 = a^2 + b^2$ $\quad$ $a^2 = c^2 - b^2$ $\quad$ $b^2 = c^2 - a^2$

Obrácená věta k Pythagorově větě

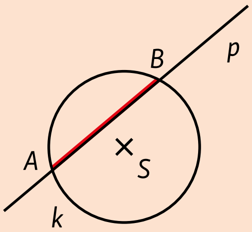
Jsou-li a, b, c délky stran trojúhelníku a platí-li pro ně $c^2 = a^2 + b^2$, pak je trojúhelník pravoúhlý a c je délka přepony. Pomocí obrácené Pythagorovy věty můžeme určit, zda je trojúhelník pravoúhlý.

Kruh, kružnice

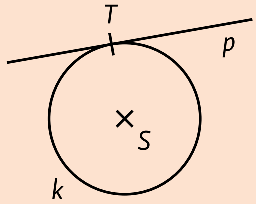
Vzájemná poloha kružnice a přímky

Přímka p je vzhledem ke kružnici k:

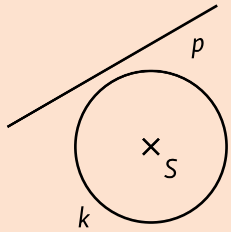
- sečna (úsečka AB se nazývá tětiva)



- tečna

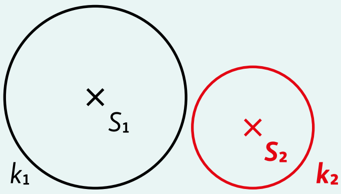


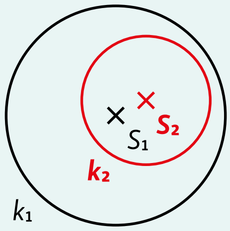
- vnější přímka

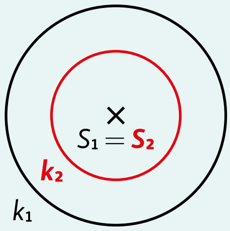


Vzájemná poloha dvou kružnic

- žádný společný bod

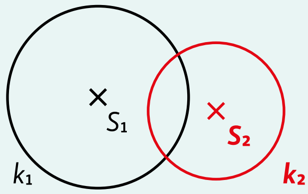




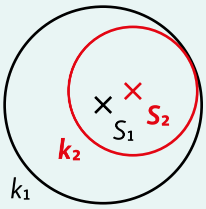


soustředné kružnice

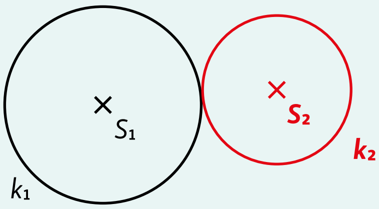
- dva společné body



- jeden společný bod

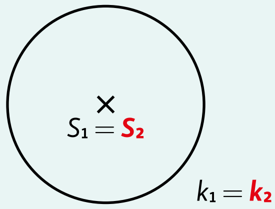


vnitřní dotyk



vnější dotyk

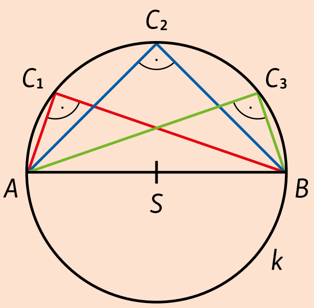
- nekonečně mnoho společných bodů



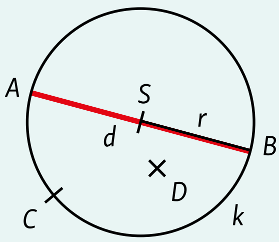
Thaletova věta

Každý trojúhelník, jehož střed kružnice opsané je středem nejdelší strany trojúhelníku, je pravoúhlý.

Kružnice k je **Thaletova kružnice** s průměrem AB.

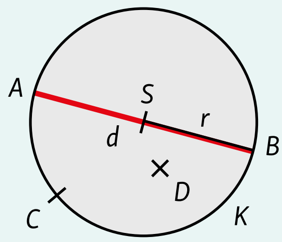


Kružnice $k(S; r)$



- $C \in k$, $D \notin k$

Kruh $K(S; r)$



- $C \in K$, $D \in K$
- obsah kruhu

  $\boldsymbol{S = \pi \cdot r^2 = \dfrac{\pi \cdot d^2}{4}}$

- $|AS| = |BS| = \dfrac{1}{2}|AB|$, $d = 2 \cdot r$
- délka kružnice, obvod kruhu

  $\boldsymbol{O = 2 \cdot \pi \cdot r = \pi \cdot d}$

- $\pi \doteq 3{,}14$

Pořadí operací při úpravách výrazů:

1. závorky   2. mocnina, odmocnina   3. násobení, dělení   4. sčítání, odčítání

Operace s mnohočleny

Sčítání, odčítání

provádíme sčítáním, odčítáním koeficientů u „stejných jednočlenů“

$$(9a + 2ab^2 - 2) + (3a - 5ab^2 + 1) = (9a + 3a) + (2ab^2 - 5ab^2) + (-2 + 1)$$

Násobení mnohočlenu jednočlenem

násobíme jednočlenem každý člen mnohočlenu

$$(9a + 2ab^2 - 2) \cdot 3a = 9a \cdot 3a + 2ab^2 \cdot 3a - 2 \cdot 3a$$

$$3a \cdot (9a + 2ab^2 - 2) = 3a \cdot 9a + 3a \cdot 2ab^2 - 3a \cdot 2$$

Je-li „minus před závorkou“ = násobení závorky (mnohočlenu) číslem (-1)

$$-(9a + 2ab^2 - 2) = (-1) \cdot (9a + 2ab^2 - 2) = -9a - 2ab^2 + 2$$

Násobení mnohočlenu mnohočlenem

násobíme jednotlivými členy jednoho mnohočlenu každý člen druhého mnohočlenu

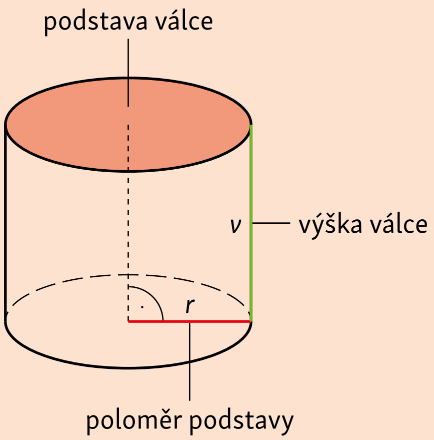
$$(9a + 2ab^2) \cdot (-2 + 3a) = 9a \cdot (-2) + 2ab^2 \cdot (-2) + 9a \cdot 3a + 2ab^2 \cdot 3a$$

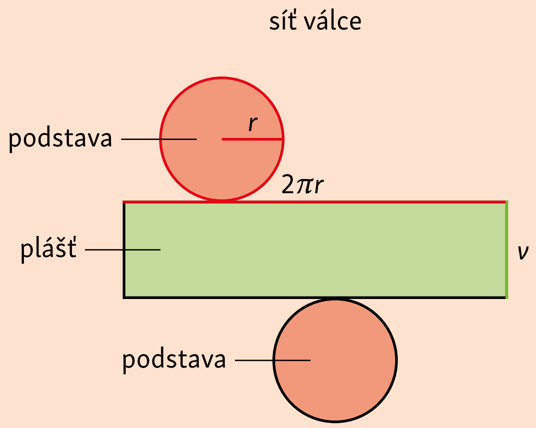
Užitečné vzorce

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Válec je těleso, které je tvořeno dvěma shodnými rovnoběžnými podstavami ve tvaru kruhu a pláštěm. Spojnice středů podstav je k oběma podstavám kolmá.

Výška válce *v* je vzdálenost jeho podstav (šířka pláště).





$V = S_p \cdot v = \pi r^2 \cdot v \longrightarrow$ **objem válce** = obsah podstavy · výška válce

$S = 2 \cdot S_p + S_{pl} = 2 \cdot \pi r^2 + 2\pi r \cdot v \longrightarrow$ **povrch válce** = 2 · obsah podstavy + obsah pláště válce

Řešení lineárních rovnic

Lineární rovnice jsou rovnice, které můžeme zapsat ve tvaru $ax + b = 0$ (neznámá x je v první mocnině).
Řešit rovnici znamená určit všechna čísla – **kořeny rovnice**, které je možné dosadit za neznámou, aby vznikla platná rovnost. K ověření správnosti řešení můžeme provést **zkoušku**. Tu provedeme dosazením výsledku do zadané rovnice.

Při řešení používáme **ekvivalentní úpravy** rovnic:

- přičtení (odečtení) stejného čísla nebo mnohočlenu k oběma stranám rovnice
- vynásobení (vydělení) obou stran rovnice stejným nenulovým číslem
- záměna levé a pravé strany rovnice

Levá strana rovnice = **P**ravá strana rovnice

$$2x - 3 = x + 1$$
$$x = 4$$

Zkouška: $L(4) = 2 \cdot 4 - 3 = 5$
$P(4) = 4 + 1 = 5$
$L(4) = P(4)$

Příklady možného počtu řešení lineární rovnice

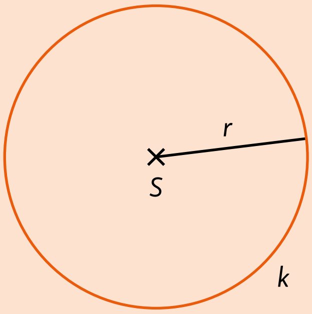
- Jediné řešení:
  $x = 4$ ⟶ Kořenem rovnice je číslo 4.
- Rovnice nemá řešení:
  $0x = 5$ ⟶ Kořenem rovnice není žádné (reálné) číslo.
- Rovnice má nekonečně mnoho řešení:
  $0x = 0$ ⟶ Kořenem rovnice je každé (reálné) číslo.

Obvyklý postup řešení slovních úloh, kde k řešení využiješ lineárních rovnic:

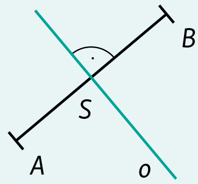
- Pečlivě si přečti text slovní úlohy.
- Urči neznámou hodnotu, kterou máš počítat.
- Pomocí neznámé hodnoty vyjádři další údaje ze zadání úlohy.
- Sestav a vyřeš lineární rovnici.
- Zkouškou **vždy** ověř, že výsledky vyhovují podmínkám slovní úlohy.
- Zapiš odpověď – dobře si rozmysli, zda odpovídáš na to, co se v úloze požaduje.

Poznámka: Slovní úlohy lze často řešit úvahou. V takovém případě můžeš stručně zaznamenat myšlenkový postup a řešení a odpovědět na to, co se v úloze požaduje.

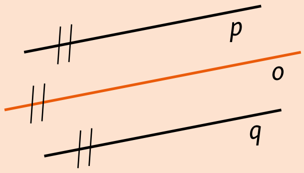
Množinou všech bodů, které mají od bodu S vzdálenost r, je **kružnice** $k(S; r)$.



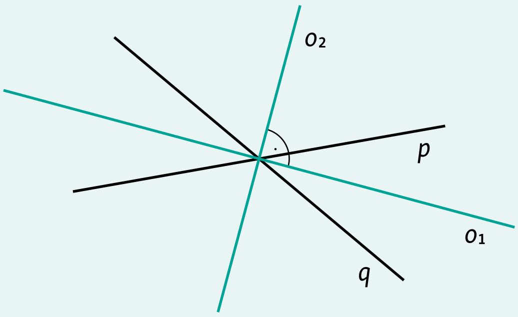
Množinou všech bodů, které mají stejnou vzdálenost od dvou navzájem různých bodů A, B, je **osa úsečky** AB (přímka kolmá k úsečce AB a procházející jejím středem S).



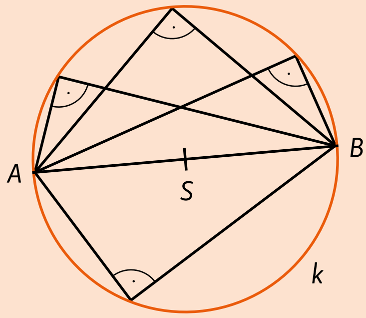
Množinou všech bodů, které mají stejnou vzdálenost od dvou navzájem různých rovnoběžek p, q, je **osa pásu** vymezeného rovnoběžkami p a q.



Množinou všech bodů, které mají stejnou vzdálenost od dvou různoběžek p, q, jsou navzájem kolmé **osy úhlů** sevřených přímkami p, q.



Množinou všech bodů, z nichž je úsečku AB „vidět“ pod pravým úhlem, je **kružnice sestrojená nad průměrem** AB (tzv. Thaletova kružnice), vyjma bodů A, B.



Statistika se zabývá zjišťováním, shromažďováním, zpracováním a prezentací dat. Český statistický úřad je ústřední orgán státní správy České republiky.

Statistické šetření se provádí na statistickém souboru. **Statistický soubor** je skupina prvků, např. žáků dané školy. Počet prvků statistického souboru nazýváme **rozsahem souboru**.

Prvky statistického souboru jsou **statistické jednotky** (žák třídy, obyvatel Prahy, kůň v dostihu, ...), na kterých zkoumáme statistické znaky. **Znak** může být číselný (výška, váha, spotřeba v litrech, ...) nebo slovní (oblíbený film, značka auta, pohlaví, ...).

Četnost je veličina, která udává, kolikrát ve statistickém souboru znak nabývá dané hodnoty. Tedy bereme jednotlivé hodnoty znaku a počítáme, kolikrát se tato hodnota v souboru vyskytuje.

Statistický soubor (viz tabulka): 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 5.

Např. u známky chvalitebně je četnost 7.

	známky ze čtvrtletní písemné práce z matematiky					celkem
známka	výborně	chvalitebně	dobře	dostatečně	nedostatečně	—
četnost známek	4	7	8	6	2	27
relativní četnost	0,148 1	0,259 3	0,296 3	0,222 2	0,074 1	1
relativní četnost v %	14,81 %	25,93 %	29,63 %	22,22 %	7,41 %	100 %

Relativní četnost u známky chvalitebně: $\frac{7}{27} = 0{,}259\,3$

Relativní četnost vyjádřená v procentech u známky chvalitebně: 25,93 %

Aritmetický průměr je součet všech hodnot znaku vydělený rozsahem souboru.

Aritmetický průměr hodnot 180 cm, 172 cm, 160 cm, 156 cm je $\frac{180 + 172 + 160 + 156}{4} = 167$ cm

Vážený aritmetický průměr poskytuje charakteristiku statistického souboru v případě, že hodnoty v tomto souboru mají různou váhu. Vážený aritmetický průměr známek:

$$\left.\begin{array}{l} 1 \text{ s váhou } 0{,}3 \\ 3 \text{ s váhou } 0{,}5 \\ 4 \text{ s váhou } 1 \\ 2 \text{ s váhou } 0{,}8 \end{array}\right\} \text{ je } \frac{1 \cdot 0{,}3 + 3 \cdot 0{,}5 + 4 \cdot 1 + 2 \cdot 0{,}8}{0{,}3 + 0{,}5 + 1 + 0{,}8} = 2{,}85$$

Modus je hodnota znaku, která se ve statistickém souboru vyskytuje nejčastěji. Například modus souboru 1, 2, 2, **3**, **3**, **3**, **3**, 5, 5, 5 je roven 3.

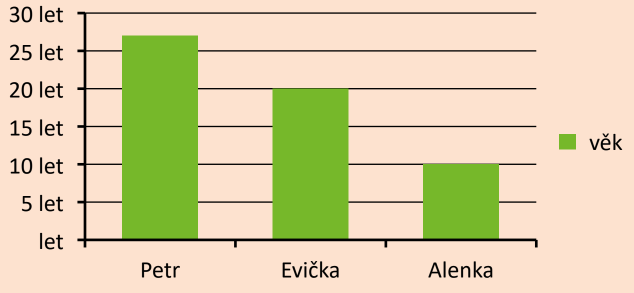
Medián má hodnotu znaku prostředního prvku u statistického souboru uspořádaného podle velikosti. U sudého počtu prvků se z prostředních dvou prvků vypočte aritmetický průměr.

30, 50, **80**, 120, 150; medián = 80

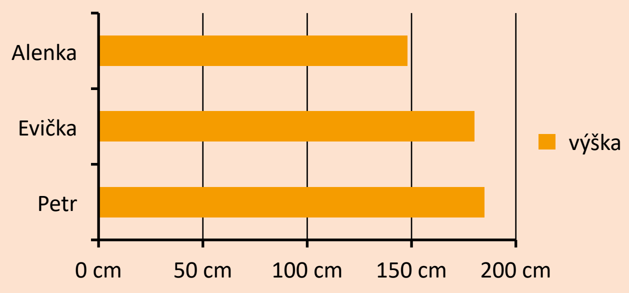
30, 50, **80**, **120**, 150, 180; medián $= \frac{80 + 120}{2} = 100$

Typy grafů

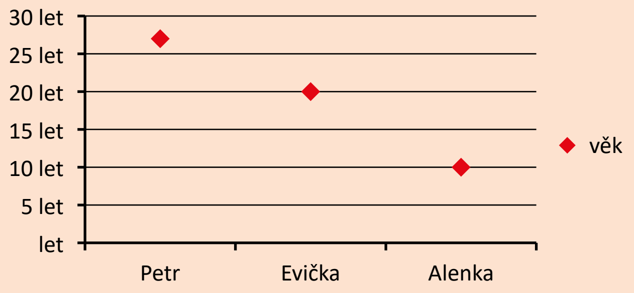
sloupcový



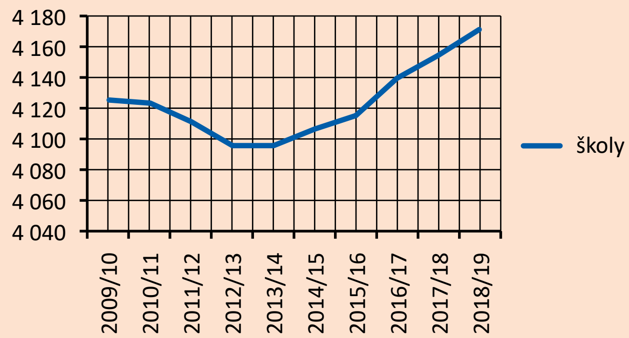
pruhový



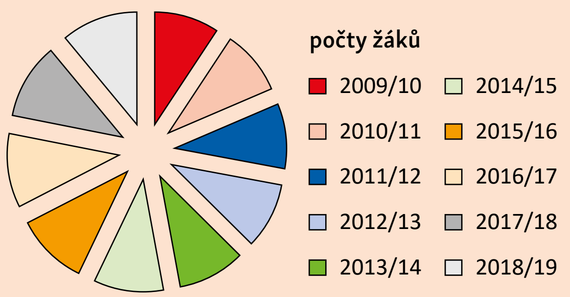
XY bodový



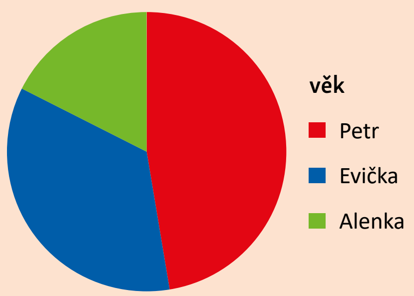
spojnicový



výsečový



koláčový (kruhový)



prstencový